COLEGIO "SANTA ROSA"
Prof. Rafael Zembo

UNIDAD : Lugares Geométricos

OA 2 : Reconocen que la recta, circunferencia, elipse a partir de las ecuaciones cartesianas que las caracterizan.

ASIGNATURA : Funciones y Procesos Infinitos

HABILIDADES : Conocer - Comprender - Aplicar

CONCEPTOS CLAVES: Ecuación canónica

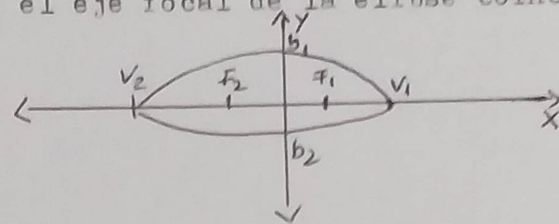
Cantidad de páginas: 2

Email : rafael.zembo@colegiostarosa.cl

Horario de clases: Lunes de 8:30 a 9:15 hrs.

En la clase anterior hemos definido lo que es una elipse y sus elementos.
También hemos determinado algunas fórmulas, por lo tanto ahora estudiaremos la ecuación de la elipse con centro en el origen.

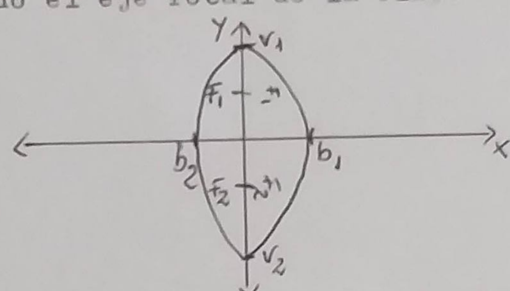
CASO I : Cuando el eje focal de la elipse coincide con el eje x .



Como el centro es el origen es decir (0,0) entonces su ecuación canónica es:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad (a > b)$$

CASO II : Cuando el eje focal de la elipse coincide con el eje y .



Como el centro es el origen es decir (0,0) entonces su ecuación canónica es:

$$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1 \qquad (b < a)$$

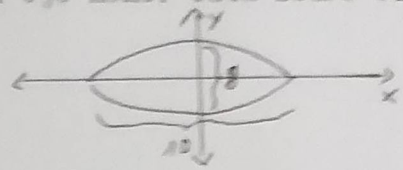
En relación a los gráficos determine cuales serían las coordenadas de los focos, vértices y eje menor ,en cada uno de ellos.

RECTA FOCAL EJE X

RECTA FOCAL EJE Y

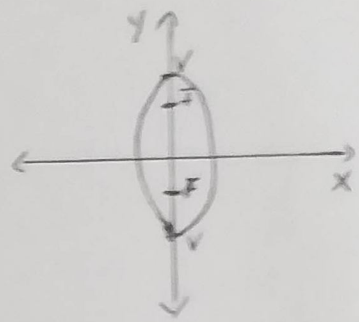
EJEMPLOS:

1.-) Encontara la ecuación de la elipse cuyo eje mayor está sobre el eje "x" y tiene una magnitud de 10 y su eje menor está sobre el eje "y" y tiene magnitud 8 .



Recuerde que eje mayor = 2a , por lo tanto 10 = 2a , entonces a = 5 . Eje menor = 2b, por lo tanto 8=2b , entonces b=4.
Luego como el eje focal está sobre el eje "x" entonces la fórmula a ocupar es:
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{es decir:} \quad \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 \rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

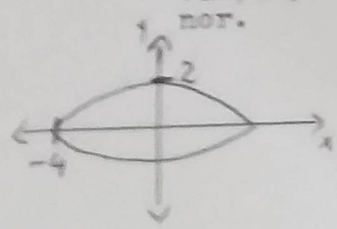
2.-) Halla la ecuación de la elipse donde uno de sus focos es (0,3) y uno de sus vértices es (0,4).

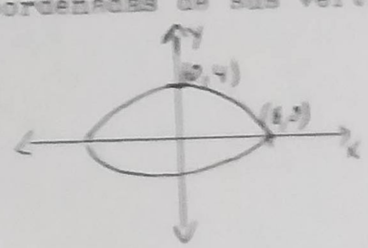


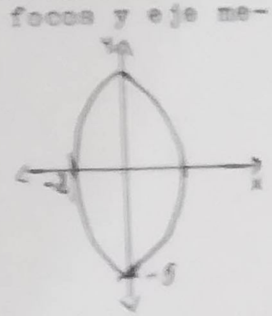
Como uno de sus focos es (0,3) significa que el eje focal está sobre el eje "y" y como el centro es el origen, entonces c=3.
Luego uno de sus vértices es (0,4) a=4 , por lo tanto se debe ocupar la fórmula de la ecuación canónica que está sobre el eje "y" que es:
$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Como conocemos a=4 ; c=3 debemos calcular el valor de b, para esto debemos ocupar la fórmula: $b^2+c^2 = a^2$, donde se reemplaza y nos queda $b^2 + 3^2 = 4^2$ y se despeja "b" y nos queda $b^2 = 16 - 9$, por lo tanto, $b^2 = 7$, es decir $b = \sqrt{7}$, luego se reemplaza en la fórmula de la ecuación canónica y nos queda:
$$\frac{x^2}{(\sqrt{7})^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1 \longrightarrow \frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Ejercicios: I) En relación a los gráficos, determina la ecuación de la elipse, las coordenadas de sus vértica, focos y eje menor.

a)


b)


c)


II) Determina los elementos de la elipse sabiendo que su ecuación es:

a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ b) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ c) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$

d) $25x^2 + 16y^2 = 400$ e) $6x^2 + 16y^2 = 96$

Estos ejercicios serán resueltos en las clases online de la semana del 21 al 25 de Septiembre de 2020 .